SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO

DIRETORIA DE EDUCAÇÃO – DEDUC

DEPARTAMENTO DE DESENVOLVIMENTO CURRICULAR - DDC

COORDENAÇÃO DE CURRÍCULO

OMAP - 3ª FASE - NÍVEL 1

(OBMEP - 2019) Qual é a diferença entre a soma dos números ímpares e a soma dos números pares de 1 a 2019?

1000
1002
1008
1009
1010 (CORRETA)

(OBMEP - ADAPTADA) A diferença entre a soma dos números ímpares e a soma dos números pares de 1 a 2019 está representada em uma das alternativas abaixo. Qual é essa alternativa?

$$\frac{10\,000}{10}$$

$$\frac{2\,004}{2}$$

$$10^3 + 2^3$$

$$10^3 + 3^2$$

$10^3 + 2 \times 5$ (CORRETA)

QUESTÃO 14
ALTERNATIVA E

Escrevemos a soma dos números ímpares de 1 a 2019 e, dessa soma, subtraímos a soma de todos os números pares de 1 a 2019:

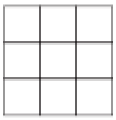
$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \cdots + 2017 + 2019$$
$$- (2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 2016 + 2018)$$

Observamos que $3 - 2 = 1$, $5 - 4 = 1$, $7 - 6 = 1$ e assim sucessivamente. Usando as propriedades comutativa e associativa da adição, podemos concluir que a diferença entre a soma dos números ímpares e a soma dos números pares de 1 a 2019 é

$$1 + (3 - 2) + (5 - 4) + (7 - 6) + (9 - 8) + \cdots + (2017 - 2016) + (2019 - 2018)$$
$$= 1 + 1 + 1 + \cdots + 1 = 1010.$$

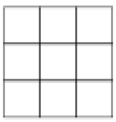
De fato, a quantidade de números 1´s que aparece na soma acima é igual à quantidade de números ímpares ente 1 e 2019 e, por sua vez, esta é igual a $[(2019 - 1) \div 2] + 1 = 1010$.

(OBMEP - 2007) As nove casas do tabuleiro abaixo foram preenchidas com três números: 5, 8 e mais um outro número natural. Os números em cada linha são todos diferentes, e o mesmo acontece em cada coluna. Além disso, a soma dos números em cada uma das diagonais é o mesmo número par. Qual é essa soma?



18
20
24 (CORRETA)
28
30

(OBMEP – ADAPTADA) As nove casas do tabuleiro abaixo foram preenchidas com três números: 5, 8 e mais um outro número natural. Os números em cada linha são todos diferentes, e o mesmo acontece em cada coluna. Além disso, a soma dos números em cada uma das diagonais é o mesmo número par. O resultado dessa soma está entre os números:



17 e 19
19 e 21

23 e 25 (CORRETA)
27 e 29
29 e 31

Outra sugestão foi expressões numéricas

$(2 \times 3) + (2 \times 10) - 8$ 18

$2 \times 4 + 3 \times 4 + 2 \times 1 - 2$ 20

$(3 \times 4) \times 2 + (2 \times 10) \times 0$ 24 (CORRETA)

$(3 \times 4) \times 2 + 4$ 28

$5 \times 2 + 3 \times 10 - 10$ 30

Para satisfazer todas as condições do problema, as somas nas diagonais devem ser iguais. Em ambas as formas acima isso leva a ✶+5+8 = 24, donde ✶ = 11 e os tabuleiros acima são

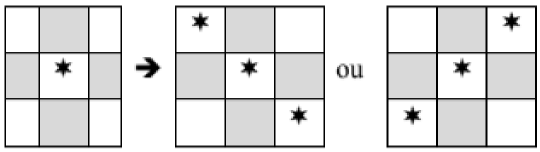
8	5	11
11	8	5
5	11	8

ou

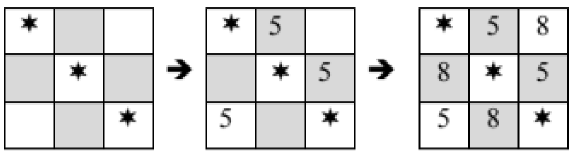
8	11	5
5	8	11
11	5	8

A outra opção leva a um resultado análogo, e vemos que em qualquer caso a soma das diagonais é 24.

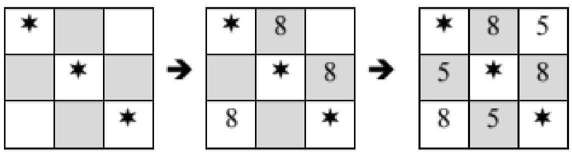
Resta ainda analisar a possibilidade de ✶ estar na casa central. Como antes, devemos ter uma das duas diagonais preenchida com ✶:



Escolhendo a primeira opção, podemos preencher o tabuleiro das seguintes formas:



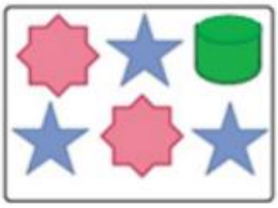
ou



Ambas mostram que 3×✶ = 5 + 8 + ✶ é um número par. Mas isso é impossível; se 3×✶ é par então ✶ é par, mas então 5 + 8 + ✶ é ímpar. A segunda opção é análoga, e concluímos que ✶ não pode estar na casa central.

(OBMEP - 2016) Na figura vemos três cartelas com quatro adesivos e seus respectivos preços. O preço de uma cartela é a soma dos preços de seus adesivos.

Qual é o preço da cartela abaixo com seis adesivos?



R$ 18,00
R$ 20,00
R$ 21,00
R$ 22,00
R$ 23,00 (CORRETA)

(OBMEP – ADAPTADA) Na figura vemos três cartelas com quatro adesivos e seus respectivos preços. O preço de uma cartela é a soma dos preços de seus adesivos.

O preço da cartela abaixo com seis adesivos está entre os valores?

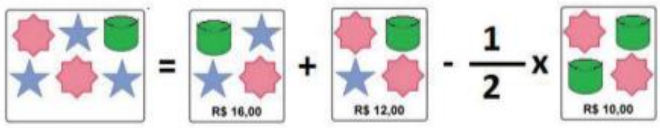
R$ 17,50 e R$ 19,00	R$ 18,00
R$ 19,00 e R$ 20,50	R$ 20,00
R$ 20,50 e R$ 21,50	R$ 21,00
R$ 21,50 e R$ 22,50	R$ 22,00
R$ 22,50 e R$ 23,50	R$ 23,00 (CORRETA)

QUESTÃO 7
ALTERNATIVA E

Observe que a cartela com seis adesivos é idêntica à primeira cartela acrescida dos adesivos e . Logo, o preço da cartela com seis adesivos é igual a 16 reais mais o preço desses dois adesivos. Por outro lado, esses dois adesivos aparecem na segunda cartela juntamente com os adesivos e , mas esses dois últimos adesivos juntos custam 5 reais, como mostra a terceira cartela. Logo, o preço dos adesivos e , juntos, é 12 – 5 = 7 reais e, como consequência, a cartela com seis adesivos custa 16 + 7 = 23 reais.

Observe uma variação da solução:

Ou seja,

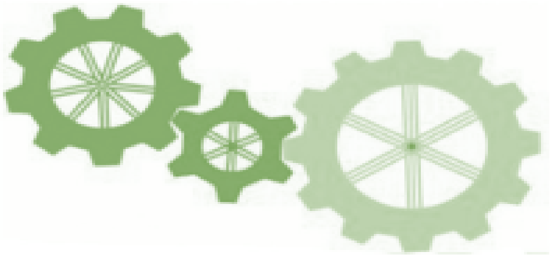


Portanto, o preço da cartela com seis adesivos é igual a 16 + 12 – 5 = 23 reais.

(OBMEP - 2015) Observe as engrenagens na figura. Quantas voltas a engrenagem com 12 dentes deve dar para que a engrenagem com 9 dentes dê 200 voltas?

120
150
180
240
266

(OBMEP – ADAPTADA) Observe as engrenagens na figura. Qual é a expressão numérica que representa o número de voltas que a engrenagem com 12 dentes deve dar para que a engrenagem com 9 dentes dê 200 voltas?



$\frac{640}{5} - 8$ 120

$\frac{1\,500}{12} + 25$ 150 (CORRETA)

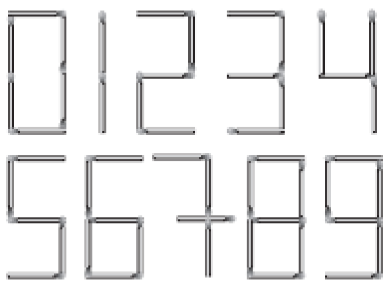
$\frac{600}{4} + 30$ 180

$\frac{2\,200}{10} + 20$ 240

$\frac{790}{4} + 68{,}5$ 266

QUESTÃO 14
ALTERNATIVA B
A engrenagem do meio é apenas uma transmissora do movimento, servindo para que as engrenagens externas girem solidárias e na mesma direção. Cada dente girado da engrenagem com 12 dentes provoca o movimento de exatamente um dente da engrenagem do meio. Ela realiza a conexão entre as engrenagens externas. Se a engrenagem com 9 dentes deu 200 voltas, foram girados 9 x 200 = 1800 dentes. Para que a engrenagem com 12 dentes tenha girado o mesmo número de dentes foram necessárias 1800 ÷ 12 = 150 voltas.

(OBMEP - 2009) Com palitos de fósforo formamos algarismos, conforme a figura. Deste modo, para escrever o número 188, usamos 16 palitos. César escreveu o maior número que é possível escrever com exatamente 13 palitos. Qual é a soma dos algarismos do número que César escreveu?



8

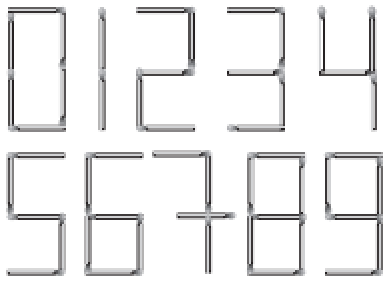
9 (CORRETA)

11

13

15

(OBMEP – ADAPTADA) Com palitos de fósforo formamos algarismos, conforme a figura. Deste modo, para escrever o número 188, usamos 16 palitos. César escreveu o maior número que é possível escrever com exatamente 13 palitos. Qual é a **expressão numérica que representa a** soma dos algarismos do número que César escreveu?



$2^2 \times \sqrt{4}$ 8

$\frac{3\times\sqrt{9}\times\sqrt{4}}{2}$ 9 (CORRETA)

$\frac{2\times 11}{2} + \frac{\sqrt{4}}{2} \times 0$ 11

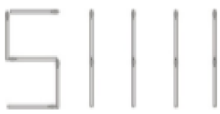
$\frac{33}{3} + \sqrt{4}$ 13

$\frac{30}{2} + \frac{\sqrt{4}}{2} - \frac{\sqrt{9}}{3}$ 15

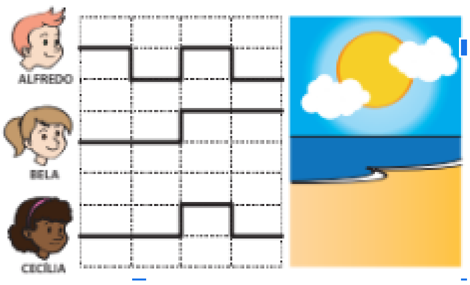
QUESTÃO 18
ALTERNATIVA B

Um número com uma determinada quantidade de algarismos, sendo o primeiro à esquerda diferente de zero, é sempre maior que qualquer número que tenha um algarismo a menos. Por exemplo, 1000 (com 4 algarismos) é maior do que 999 (que tem apenas 3 algarismos). Assim, com exatamente 13 palitos, devemos formar um número que tenha a maior quantidade possível de algarismos, sendo o primeiro à esquerda diferente de 0. Como o 1 é formado pelo menor número de palitos entre todos os algarismos, vemos que para obter o maior número possível com 13 palitos devemos usar tantos algarismos 1 quanto possível.

Não é possível usar 6 algarismos 1, pois neste caso já teríamos usado 12 palitos e não há algarismo que possa ser formado com apenas 1 palito. Pelo mesmo motivo, não é possível usar 5 algarismos 1; não há algarismo formado por 3 palitos. Mas é possível usar 4 algarismos 1; neste caso, usamos 8 palitos e podemos completar o número com um entre os algarismos 2 ou 5, que são formados por 5 palitos. Neste caso, devemos escolher o 5, que nos permite formar o número 51111 com 13 palitos. A soma dos algarismos deste número é $5+1+1+1+1=9$.

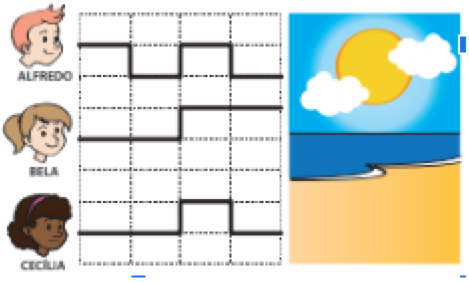


(OBMEP - 2012) As ruas de Quixajuba formam uma malha de retângulos iguais. A figura mostra, em parte do mapa de Quixajuba, os caminhos percorridos por Alfredo, Bela e Cecília de suas casas até a praia. Nesses caminhos Alfredo e Bela percorrem, respectivamente, 290 e 230 metros. Qual é a distância, em metros, que Cecília percorre?



230
240
250
260 (CORRETA)

(OBMEP – ADAPTADA) As ruas de Quixajuba formam uma malha de retângulos iguais. A figura mostra, em parte do mapa de Quixajuba, os caminhos percorridos por Alfredo, Bela e Cecília de suas casas até a praia. Nesses caminhos Alfredo e Bela percorrem, respectivamente, 290 e 230 metros. Qual é a distância que Cecília percorre?



$(2^2 \times 5 \times 11)$ metros 220

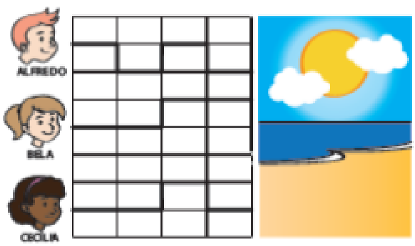
$(2 \times 5 \times 23)$ metros 230

$(2^4 \times 3 \times 5)$ metros 240

(2×5^3) metros 250

$(2^2 \times 5 \times 13)$ metros 260 (CORRETA)

QUESTÃO 5
ALTERNATIVA E



Os caminhos de Alfredo, Bela e Cecília consistem de segmentos horizontais, todos de mesmo comprimento, e verticais, também todos de mesmo comprimento. Todos percorreram o mesmo número de segmentos horizontais. Alfredo percorreu dois segmentos verticais e $290 - 230 = 60$ metros a mais do que Bela; logo, cada segmento vertical equivale a $60 \div 2 = 30$ metros. Como o caminho de Bela tem apenas um segmento vertical, o comprimento total dos segmentos horizontais é $230 - 30 = 200$ metros. Finalmente, o caminho de Cecília tem dois segmentos verticais; ela percorreu então $200 + 2 \times 30 = 260$ metros até a praia.