

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
DIRETORIA DE EDUCAÇÃO – DEDUC
DEPARTAMENTO DE DESENVOLVIMENTO CURRICULAR - DDC
COORDENAÇÃO DE CURRÍCULO

OMAP - 3ª FASE - NÍVEL 2

(OBMEP - 2008) Um ônibus transporta 31 estudantes, baianos e mineiros, para um encontro de participantes da OBMEP. Entre os baianos, $\frac{2}{5}$ são homens e, entre os mineiros, $\frac{3}{7}$ são mulheres. Entre todos os estudantes quantas são as mulheres?



- 12
- 14
- 15
- 18
- 21

-----Adaptada-----

(OBMEP - Adaptada) Um ônibus transporta 31 estudantes, baianos e mineiros, para um encontro de participantes da OBMEP. Entre os baianos, $\frac{2}{5}$ são homens e, entre os mineiros, $\frac{3}{7}$ são mulheres. Entre todos os estudantes, **qual é a alternativa que representa a soma dos algarismos que corresponde a quantidade de mulheres?**



- 3
- 5
- 6 (correta)
- 8
- 9

QUESTÃO 20
(ALTERNATIVA C)

Como $\frac{2}{5}$ do número de alunos baianos é um número inteiro e $\frac{2}{5}$ é uma fração irredutível, concluímos que o número de baianos é múltiplo de 5. Do mesmo modo concluímos que o número de mineiros é múltiplo de 7. Os múltiplos de 5 menores do que 31 são 5, 10, 15, 20, 25 e 30 e os múltiplos de 7 menores que 31 são 7, 14, 21, 28 (não incluímos o 0 entre os múltiplos pois o enunciado diz que há tanto baianos como mineiros no ônibus). Como 31 é a soma do número de baianos com o número de mineiros, a única possibilidade é que o ônibus tenha 10 baianos e 21 mineiros. Como $\frac{2}{5}$ do número de alunos baianos é de homens, segue que $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ é de mulheres. Logo o total de mulheres no ônibus é

$$\frac{3}{5} \times 10 + \frac{3}{7} \times 21 = 6 + 9 = 15$$

Observação: É importante notar que a irredutibilidade das frações $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{7}$ é essencial no argumento acima.

Sabemos, por exemplo, que $\frac{3}{7} = \frac{6}{14}$ e que $\frac{6}{14} \times 21 = 9$ mas 14 não é divisor de 21.

(BANCO DE QUESTÕES OBMEP - 2006) Adriano, Bruno, César e Daniel são quatro bons amigos. Daniel não tinha dinheiro, mas os outros tinham. Adriano deu a Daniel um quinto do seu dinheiro, Bruno deu um quarto do seu dinheiro e César deu um terço do seu dinheiro. Cada um deu a Daniel a mesma quantia. A quantia que Daniel possui agora representa que fração da quantia total que seus três amigos possuíam inicialmente?

1/10

1/4

1/3

2/5

1/2

-----**Adaptada**-----

(OBMEP - Adaptada) Augusto, Bruno, Carlos e Daniel são quatro bons amigos. Daniel não tinha dinheiro, mas os outros tinham. Augusto deu a Daniel um quinto do seu dinheiro, Bruno deu um quarto do seu dinheiro e Carlos deu um terço do seu dinheiro. Cada um deu a Daniel a mesma quantia. **Qual número decimal representa a quantia que Daniel possui agora em relação a** quantia total que seus três amigos possuíam inicialmente?

0,15

0,25 (Correta)

0,35

0,40

0,50

(OBMEP - Adaptada) Augusto, Bruno, Carlos e Daniel são quatro bons amigos. Daniel não tinha dinheiro, mas os outros tinham. Augusto deu a Daniel um quinto do seu dinheiro, Bruno deu um quarto do seu dinheiro e Carlos deu um terço do seu dinheiro. Cada um deu a Daniel a mesma quantia. Qual porcentagem representa a quantia que Daniel possui agora em relação a quantia total que seus três amigos possuíam inicialmente?

10%

25% (Correta)

33%

40%

50%

9. (B) Suponha que Daniel tenha recebido x reais de cada um de seus amigos. Então, Adriano tinha, inicialmente, $5x$ reais, Bruno tinha $4x$ reais e César tinha $3x$ reais. Segue que o total de dinheiro dos três no início era de $5x+4x+3x=12x$ reais. Como cada um de seus três amigos lhe deu x reais, Daniel tem agora $3x$ reais, o que representa a quarta parte de $12x$. Logo, ele possui agora $\frac{1}{4}$ da quantia que seus três amigos juntos possuíam inicialmente.

(BANCO DE QUESTÕES OBMEP - 2011) Na multiplicação indicada na figura os asteriscos representam algarismos, iguais ou não. Qual é a soma dos números que foram multiplicados?

$$\begin{array}{r}
 \times \quad * * \\
 \quad * * \\
 \hline
 + \quad * * * \\
 \quad * * \\
 \hline
 1656
 \end{array}$$

- 82
- 95
- 110
- 127
- 132

-----Adaptada-----

(Adaptado – Banco de questões da OBMEP) Na multiplicação indicada na figura os asteriscos representam algarismos, iguais ou não. Qual é a soma **de todos os algarismos representados pelos asteriscos?**

$$\begin{array}{r}
 \times \quad * * \\
 \quad * * \\
 \hline
 + \quad * * * \\
 \quad * * \\
 \hline
 1656
 \end{array}$$

- 20
- 87
- 36
- 47 (correta)
- 51

QUESTÃO 18
ALTERNATIVA C

O número 1656 é o resultado do produto de dois números com dois dígitos. Vamos então fatorar 1656 para verificarmos todas as possibilidades. Temos $1656 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 23$; as possibilidades são então $1656 = 72 \times 23$, $1656 = 24 \times 69$, $1656 = 36 \times 46$ e $1656 = 92 \times 18$. Agora observe as contas armadas.

$\begin{array}{r} \times 72 \\ \underline{23} \\ + 216 \\ 144 \\ \hline 1656 \end{array}$	$\begin{array}{r} \times 24 \\ \underline{69} \\ + 216 \\ 144 \\ \hline 1656 \end{array}$	$\begin{array}{r} \times 36 \\ \underline{46} \\ + 216 \\ 144 \\ \hline 1656 \end{array}$	$\begin{array}{r} \times 92 \\ \underline{18} \\ + 736 \\ 92 \\ \hline 1656 \end{array}$
$\begin{array}{r} \times 23 \\ \underline{72} \\ + 46 \\ 166 \\ \hline 1656 \end{array}$	$\begin{array}{r} \times 69 \\ \underline{24} \\ + 276 \\ 138 \\ \hline 1656 \end{array}$	$\begin{array}{r} \times 46 \\ \underline{36} \\ + 276 \\ 138 \\ \hline 1656 \end{array}$	$\begin{array}{r} \times 18 \\ \underline{92} \\ + 36 \\ 162 \\ \hline 1656 \end{array}$

A única que satisfaz o enunciado, ou seja, na qual não temos uma centena como segunda parcela da soma, é a última da primeira linha. Logo a soma procurada é $92 + 18 = 110$.

(OBMEP - 2017) Para obter tinta de cor laranja, devem-se misturar 3 partes de tinta vermelha com 2 partes de tinta amarela. Para obter tinta de cor verde, devem-se misturar 2 partes de tinta azul com 1 parte de tinta amarela. Para tinta de cor marrom, deve-se misturar a mesma quantidade de tintas laranja e verde. Quantos litros de tinta amarela são necessários para obter 30 litros de tinta marrom?



- 7
- 8
- 9
- 10
- 11

-----Adaptada-----

(Adaptado - OBMEP) Para obter tinta de cor laranja, devem-se misturar 3 partes de tinta vermelha com 2 partes de tinta amarela. Para obter tinta de cor verde, devem-se misturar 2 partes de tinta azul com 1 parte de tinta amarela. Para tinta de cor marrom, deve-se misturar a mesma quantidade de tintas laranja e verde.



Quantos litros de tinta amarela são necessários para obter **60 litros** de tinta marrom?

- 14
- 16
- 18
- 20
- 22 (Correta)**

QUESTÃO 2 ALTERNATIVA E

Para obter 30 litros de tinta marrom, precisaremos de 15 litros de cada uma das cores laranja e verde. A primeira condição nos diz que, para obter essa quantidade de tinta laranja, precisaremos da fração $\frac{2}{3+2} = \frac{2}{5}$ da quantidade total exclusivamente de tinta amarela, ou seja, $\frac{2}{5} \cdot 15 = 6$ litros de tinta amarela. Da mesma forma, a segunda condição nos diz que, para obter 15 litros de tinta verde, precisaremos da fração $\frac{1}{2+1} = \frac{1}{3}$ da quantidade total exclusivamente de tinta amarela, ou seja, $\frac{1}{3} \cdot 15 = 5$ litros de tinta amarela. Portanto, a quantidade total de tinta amarela necessária é $5 + 6 = 11$ litros.

(OBMEP - 2011) Rubens dirige seu carro com velocidade constante. Ele presta muita atenção nas placas da estrada que indicam a distância, em quilômetros, à cidade de Paraquá. Na primeira placa ele vê um número de três algarismos com um zero no meio. Quarenta e cinco minutos depois, ele passa por uma segunda placa e vê um número de dois algarismos, formado pelos mesmos algarismos da primeira placa em ordem inversa e sem o zero. Passados mais quarenta e cinco minutos, ele vê uma terceira placa com um número formado pelos mesmos dois algarismos da segunda placa. Qual é a velocidade do Rubens, em quilômetros por hora?

60

70

80

90

100

-----Adaptada-----

(Adaptado - OBMEP) Roberto dirige seu carro com velocidade constante. Ele presta muita atenção nas placas da estrada que indicam a distância, em quilômetros, à cidade de Paraquá. Na primeira placa ele vê um número de três algarismos com um zero no meio. Quarenta e cinco minutos depois, ele passa por uma segunda placa e vê um número de dois algarismos, formado pelos mesmos algarismos da primeira placa em ordem inversa e sem o zero. Passados mais quarenta e cinco minutos ele vê uma terceira placa com um número formado pelos mesmos dois algarismos da segunda placa. Qual é a velocidade do **Roberto**, em quilômetros por hora?

60 (correta)

70

80

90

100

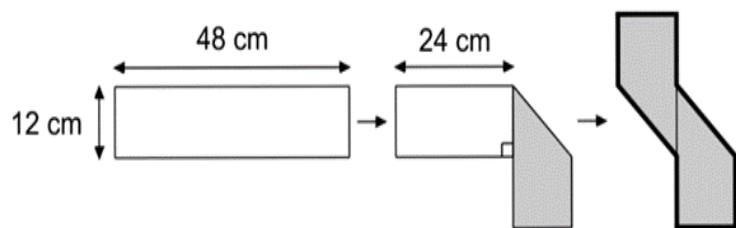
QUESTÃO 20

ALTERNATIVA A

As placas que Rubens encontrou podem ser escritas, em ordem, como $a0b$, ba e ab , sendo a e b algarismos de 1 a 9. Esses números são, nessa ordem, $100a + b$, $10b + a$ e $10a + b$. Como a velocidade de Rubens é constante, temos $(100a + b) - (10b + a) = (10b + a) - (10a + b)$, ou seja, $108a = 18b$ ou, ainda, $6a = b$. Como a e b são inteiros de 1 a 9, a única possibilidade é $a = 1$ e $b = 6$. Logo Rubens percorreu $106 - 61 = 61 - 16 = 45$ km em 45 minutos, ou seja, à velocidade de 1 km/min. Assim, sua velocidade era de 60 km/h.

Uma segunda solução é a seguinte. Como antes, as placas que Rubens encontrou foram, em ordem, $100a + b$, $10b + a$ e $10a + b$. A distância percorrida por Rubens entre a primeira e a terceira placa foi $(100a + b) - (10a + b) = 90a$. Se $a \geq 2$, o número da terceira placa é maior ou igual a 20 e a distância entre a segunda e terceira placa é maior ou igual a 90. Logo, o número da segunda placa deve ser maior ou igual a $20 + 90 = 110$, o que não acontece pois ele é um número de dois algarismos. Logo $a = 1$ e Rubens percorreu 90 quilômetros em 90 minutos, ou seja, sua velocidade, em quilômetros por hora, é $90 \div 1,5 = 60$ km/h.

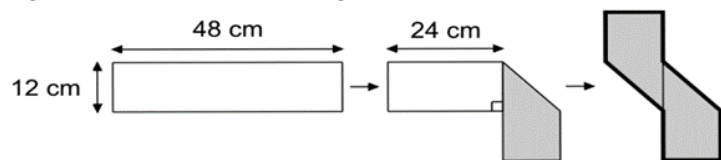
(OBMEP - 2011) Uma tira retangular de cartolina, branca de um lado e cinza do outro, foi dobrada como na figura, formando um polígono de 8 lados. Qual é a área desse polígono?



- 216 cm²
- 264 cm²
- 348 cm²
- 432 cm²
- 576 cm²

-----Adaptada-----

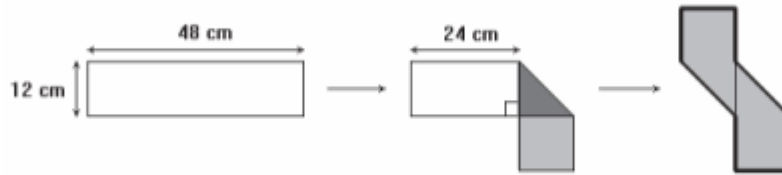
(Adaptado - OBMEP) Uma tira retangular de cartolina, branca de um lado e cinza do outro, foi dobrada como na figura, formando um polígono de 8 lados. Qual é a **expressão numérica que representa a** área desse polígono?



- $(2^2 \cdot 3^2 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{9}) \text{ cm}^2$
- $(2^3 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{121}) \text{ cm}^2$
- $(2^2 \cdot \sqrt{9} \cdot 29) \text{ cm}^2$
- $(2^4 \cdot 3^2 \cdot \sqrt{9}) \text{ cm}^2$ **(correta)**
- $(2^4 \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{9}) \text{ cm}^2$

QUESTÃO 4
(ALTERNATIVA D)

Na figura dada a parte cinza obtida depois da primeira dobradura pode ser dividida em duas partes: um quadrado de lado 12 cm e um triângulo de área igual a metade da área do quadrado. A área do quadrado é $12 \times 12 = 144 \text{ cm}^2$, logo a área do triângulo é $\frac{1}{2} \times 144 = 72 \text{ cm}^2$. Assim, a área dessa parte cinza é $144 + 72 = 216 \text{ cm}^2$. Depois da segunda dobradura, obtemos duas partes cinzas iguais, cuja área total é $2 \times 216 = 432 \text{ cm}^2$.



Outra solução: note que a área do polígono formado pelo papel dobrado é igual à área original da tira menos as áreas das partes que se sobrepõem. Após a primeira dobra, a parte sobreposta é representada pelo triângulo mais escuro, e depois da segunda dobra forma-se outra parte sobreposta igual à primeira. Juntas essas partes têm área igual à de um quadrado de lado 12 cm. Conseqüentemente, a área do polígono é igual a $12 \times 48 - 12 \times 12 = 576 - 144 = 432 \text{ cm}^2$.

Outra solução: observamos que a área do polígono formado pela cartolina dobrada é igual à área em cinza na figura ao lado (dois quadrados e dois triângulos) que representa $\frac{6}{8}$ da área da tira



Logo, a área pedida é:

$$\frac{6}{8} \text{ de } 12 \times 48 = \frac{6}{8} \times 12 \times 48 = 6 \times 12 \times 6 = 432 \text{ cm}^2.$$