



OMAP 2026 - 3.ª Fase - Gabarito Oficial - Nível 1

Utilize as informações do texto a seguir para responder às questões 1, 2 e 3.

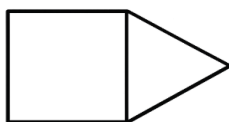
Durante uma aula de programação, os estudantes criaram o design de um jogo educativo que organiza tarefas utilizando blocos em forma de quadrados e triângulos em posições fixas na tela.

Cada bloco deve ser colorido de acordo com as seguintes regras:

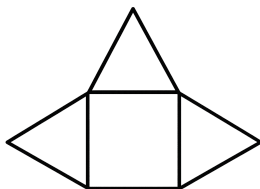
- Os quadrados podem ser coloridos de roxo, marrom ou branco.
- Os triângulos podem ser coloridos de roxo ou laranja.
- Quaisquer dois blocos adjacentes que compartilham um lado inteiro, sejam dois quadrados ou um quadrado e um triângulo, não podem ter a mesma cor.

Na figura, os blocos desenhados compartilham um lado inteiro.

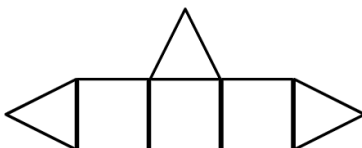
- 1) De quantas maneiras diferentes podemos colorir o par de blocos indicados na figura apresentada? Mostre e explique seu raciocínio.



- 2) E para esse segundo conjunto de blocos, de quantas maneiras diferentes podemos colori-lo? Mostre como você organizou sua contagem.



- 3) De quantas maneiras diferentes podemos colorir este terceiro conjunto de blocos? Explique sua estratégia.





OMAP 2026 - 3.ª Fase - Gabarito Oficial - Nível 1

GABARITO - Questão 1

A figura é composta por 1 Quadrado e 1 Triângulo que compartilham um lado inteiro.

- Cores do Quadrado: Roxo, Marrom ou Branco (3 opções).
- Cores do Triângulo: Roxo ou Laranja (2 opções).
- Restrição: Eles compartilham um lado, logo não podem ter a mesma cor.

Resolução

Como o Roxo é a única cor que aparece em ambas as listas de opções, ele é o nosso ponto de atenção. A forma mais segura de resolver é dividir o raciocínio a partir das escolhas para o Triângulo (já que ele tem menos opções disponíveis).

Cenário 1: O Triângulo é pintado de laranja.

- Se o triângulo for laranja, o quadrado pode assumir qualquer uma de suas 3 cores, pois "Laranja" não gera conflito com nenhuma cor do quadrado.
- Opções para o quadrado: Roxo, Marrom ou Branco (3 opções).
- Total do Cenário 1: $1 \times 3 = 3$ maneiras.

Cenário 2: O Triângulo é pintado de Roxo

- Se o triângulo for Roxo, o quadrado não pode ser Roxo devido à restrição de vizinhança.
- Opções para o quadrado: Marrom ou Branco (2 opções).
- Total do Cenário 2: $1 \times 2 = 2$ maneiras.

Conclusão e Resposta Final

Somando os dois cenários possíveis e mutuamente exclusivos, temos:

$$\text{Total} = 3 + 2 = 5$$

Podemos colorir o par de blocos de 5 maneiras diferentes.

Lista das combinações possíveis (Quadrado, Triângulo):

1. (Roxo, Laranja)
2. (Marrom, Laranja)
3. (Branco, Laranja)
4. (Marrom, Roxo)
5. (Branco, Roxo)



OMAP 2026 - 3.ª Fase - Gabarito Oficial - Nível 1

GABARITO - Questão 2

A regra de ouro continua a mesma: blocos vizinhos que compartilham um lado não podem ter a mesma cor. Como todos os 3 triângulos compartilham um lado diretamente com o quadrado central (mas não se tocam entre si), a cor do quadrado é quem vai ditar as regras do jogo.

Vamos organizar a contagem dividindo o problema em casos baseados na cor do quadrado central.

Cenário 1: Se o quadrado central for pintado de Roxo:

- Restrição: Nenhum dos triângulos vizinhos pode ser Roxo.
- Opções para cada triângulo: Como as opções de cores para triângulos são Roxo ou Laranja, a única cor restante para eles é Laranja.
- Contagem de possibilidades:

Triângulo do topo: 1 opção (Laranja); Triângulo da esquerda: 1 opção (Laranja) e Triângulo da direita: 1 opção (Laranja).

Total para o Cenário 1 = $1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$ maneira

Cenário 2: Se o quadrado central for pintado de Marrom:

- Restrição: O quadrado é marrom. Como "Marrom" não está na lista de cores dos triângulos, nenhum deles sofre restrição de cor por causa disso!
- Opções para cada triângulo: Cada um dos 3 triângulos está livre para ser pintado de Roxo ou Laranja (2 opções cada).
- Contagem de possibilidades:

Triângulo do topo: 2 opções; Triângulo da esquerda: 2 opções e Triângulo da direita: 2 opções

Total para o Cenário 2 = $1 \times 2 \times 2 \times 2 = 8$ maneiras

Cenário 3: Se o quadrado central for pintado de Branco:

- Restrição: Similar ao caso anterior, "Branco" não é uma cor possível para os triângulos. Logo, nenhum triângulo é restringido.
- Opções para cada triângulo: Cada um dos 3 triângulos continua tendo as mesmas 2 opções (Roxo ou Laranja).
- Contagem de possibilidades:

Triângulo do topo: 2 opções; Triângulo da esquerda: 2 opções e Triângulo da direita: 2 opções

Total para o Cenário 3 = $1 \times 2 \times 2 \times 2 = 8$ maneiras

Conclusão e Resposta Final

Como os três cenários são independentes e cobrem todas as opções possíveis para o quadrado, basta somar os resultados:

Total Geral = Cenário 1 + Cenário 2 + Cenário 3

Total Geral = $1 + 8 + 8 = 17$

Podemos colorir o conjunto de blocos de 17 maneiras diferentes.



OMAP 2026 - 3.ª Fase - Gabarito Oficial - Nível 1

GABARITO - Questão 3

Temos:

- 3 Quadrados em linha: Vamos chamá-los de Esquerda (QE), Centro (QC) e Direita (QD).
- 3 Triângulos: Esquerda (TE, toca apenas QE), Topo (T_topo, toca apenas QC) e Direita (TD, toca apenas QD).

A estratégia ideal aqui é focar nas cores dos quadrados centrais, pois eles determinam as restrições de todos os triângulos.

Como QC toca tanto QE quanto QD, a cor de QC é o nosso principal pivô lógico. As cores dos quadrados são Roxo (R), Marrom (M) e Branco (B).

Caso 1: O Quadrado do Centro (QC) é Roxo

Se QC = R:

- Quadrados das pontas (QE e QD): Não podem ser Roxos (pois tocam QC). Logo, cada um deles tem 2 opções (M ou B).
 - Nota importante: QE e QD não se tocam, então eles podem ter a mesma cor entre si (ex: ambos Marrom).
- Triângulo do Topo (T_topo): Toca QC (que é Roxo). Não pode ser Roxo → 1 opção (Laranja).
- Triângulos das pontas (TE e TD): Como QE e QD são M ou B (cores que não restringem triângulos), cada triângulo da ponta tem as 2 opções livres (Roxo ou Laranja).

Total do Caso 1 = $1(QC) \times 2(QE) \times 2(QD) \times 1(T_topo) \times 2(TE) \times 2(TD) = 16$ maneiras. Considerar apenas os valores numéricos nessa conta.

Caso 2: O Quadrado do Centro (QC) é Marrom (ou Branco)

Como as dinâmicas para QC = M e QC = B são simétricas, calculamos para uma delas e multiplicamos o resultado por 2. Vamos supor QC = M:

- Triângulo do Topo (T_topo): Toca QC (que é M). Não sofre restrição → 2 opções (Roxo ou Laranja).
- Quadrados das pontas (QE e QD): Não podem ser Marrom. Então, cada um pode ser Roxo ou Branco (2 opções cada). Aqui precisamos abrir duas vertentes baseadas na escolha deles, pois se forem Roxos, vão afetar seus respectivos triângulos:

Subcaso 2.1: Analisando as escolhas para o lado esquerdo (QE e TE)

- Se QE = R (1 opção) → TE só pode ser Laranja (1 opção). → Total = $1 \times 1 = 1$
- Se QE = B (1 opção) → TE pode ser Roxo ou Laranja (2 opções). →

Total = $1 \times 2 = 2$

- Total de combinações para o bloco da esquerda (QE + TE): $1 + 2 = 3$ maneiras.

Subcaso 2.2: Analisando as escolhas para o lado direito (QD e TD)

- Por simetria, o comportamento do lado direito é idêntico ao esquerdo.
- Total de combinações para o bloco da direita (QD + TD): 3 maneiras.



OMAP 2026 - 3.ª Fase - Gabarito Oficial - Nível 1

GABARITO - Questão 3 - continuação

Multiplicando os blocos independentes para $QC = M$:

Total para $QC = M \rightarrow 1 (QC) \times 2 (T_topo) \times 3 (QE+TE) \times 3 (QD+TD) = 18$ maneiras.

Considerar apenas os valores numéricos na multiplicação.

Como o caso em que $QC = B$ é idêntico:

Total do Caso 2 = $18 \times 2 = 36$ maneiras

Conclusão e Veredito

Somando os dois casos principais:

Total Geral = Caso 1 + Caso 2

Total Geral = $16 + 36 = 52$

Com a nova imagem, o problema gera exatamente 52 maneiras diferentes.



OMAP 2026 - 3.ª Fase - Gabarito Oficial - Nível 1

Utilize as informações do texto a seguir para responder às questões 4, 5 e 6.

Um ônibus com capacidade para 70 passageiros transporta um grupo de estudantes das cidades de Londrina e Cambé para a fase final da OMAP (Olimpíada de Matemática das Escolas Estaduais do Paraná), em Foz do Iguaçu.

Sabe-se que mais da metade dos assentos do ônibus está ocupada e que o número total de estudantes é um número primo. Além disso, há mais estudantes de Londrina do que de Cambé no veículo, e o número de estudantes de Cambé é maior que 10.

Entre os estudantes que moram em Londrina, exatamente $\frac{4}{9}$ são meninos. Já entre os estudantes residentes em Cambé, exatamente $\frac{4}{7}$ são meninos.

4) Sabendo também que o número total de meninas no ônibus é um número primo, determine o número total de estudantes que estão viajando nesse ônibus.

5) Quantos meninos e quantas meninas há de cada uma das cidades?

6) Ao chegarem em Foz do Iguaçu, os estudantes serão alojados em quartos de hotel. O hotel possui apenas quartos duplos (para 2 pessoas) e quartos triplos (para 3 pessoas). Por motivos de organização, meninos e meninas devem ficar em quartos separados. Considere que serão utilizados exatamente 22 quartos e que nenhuma cama poderá ficar vazia. Sabendo que o número de quartos triplos destinados às meninas deve ser um número primo, determine a distribuição de quartos duplos e triplos para cada gênero e informe o total geral de cada tipo de quarto.



OMAP 2026 - 3.ª Fase - Gabarito Oficial - Nível 1

GABARITO - Questão 4

Seja N o número total de estudantes, L o número de estudantes de Londrina e C o número de estudantes de Cambé. Temos, pelos dados do enunciado:

- N é primo e mais da metade dos 70 assentos está ocupada, logo $35 < N \leq 70$.
- $L + C = N$, com $L > C > 10$.
- Em Londrina, $4/9$ são meninos $\Rightarrow L$ é múltiplo de 9 e o número de meninas de Londrina é $(5/9) \times L$.
- Em Cambé, $4/7$ são meninos $\Rightarrow C$ é múltiplo de 7 e o número de meninas de Cambé é $(3/7) \times C$.
- O total de meninas, $(5/9) \times L + (3/7) \times C$, também é um número primo.

DETERMINAÇÃO DO TOTAL DE ESTUDANTES

Possíveis valores para L (múltiplos de 9, menores que 70): 18, 27, 36, 45, 54, 63.

Possíveis valores para C (múltiplos de 7, com $10 < C < 70$): 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63.

Teste das combinações que respeitam $L > C$, $L + C \leq 70$, $L + C$ primo e total de meninas primo:

L	C	$N = L + C$ (primo?)	Meninas = $(5/9)L + (3/7)C$ (primo?)
27	14	41 (primo)	$15 + 6 = 21$ (não primo) $\rightarrow$ DESCARTADO
45	14	59 (primo)	$25 + 6 = 31$ (primo) $\rightarrow$ VÁLIDO
45	21	66 (não primo)	DESCARTADO
54	14	68 (não primo)	DESCARTADO

As demais combinações ou ultrapassam 70 passageiros ou resultam em soma não prima.

Portanto, a única solução possível é: $L = 45$, $C = 14$, $N = 59$.

O número total de estudantes é 59.



OMAP 2026 - 3.^a Fase - Gabarito Oficial - Nível 1

GABARITO - Questão 5

QUANTIDADE DE MENINOS E MENINAS DE CADA CIDADE

Londrina:

$$\text{Meninos} = (4/9) \times 45 = 20$$

$$\text{Meninas} = (5/9) \times 45 = 25$$

Cambé:

$$\text{Meninos} = (4/7) \times 14 = 8$$

$$\text{Meninas} = (3/7) \times 14 = 6$$

Tabela resumo:

	Londrina	Cambé	Total
Meninos	20	8	28
Meninas	25	6	31

Verificação: total de meninas = $25 + 6 = 31$, que é primo, conforme exigido.

Londrina tem 20 meninos e 25 meninas; Cambé tem 8 meninos e 6



OMAP 2026 - 3.ª Fase - Gabarito Oficial - Nível 1

GABARITO - Questão 6

DISTRIBUIÇÃO DOS QUARTOS NO HOTEL.

Etapa 1 – Quantos quartos triplos e duplos existem no total?

Imagine que todos os 22 quartos fossem duplos. Nesse caso, caberiam: $22 \times 2 = 44$ estudantes.

Mas temos 59 estudantes para acomodar. Faltam vagas para: $59 - 44 = 15$ pessoas.

Cada quarto duplo que é transformado em triplo aumenta a lotação em 1 pessoa (pois $3 - 2 = 1$). Para conseguir 15 vagas extras, precisamos transformar 15 quartos de duplos em triplos.

Portanto, no total temos:

15 quartos triplos

7 quartos duplos (porque $22 - 15 = 7$)

Etapa 2 – Distribuir os quartos entre as meninas (usando apenas testes lógicos com números primos).

O total de meninas é 31. O número de quartos triplos destinados a elas deve ser um número primo. Vamos testar os primos possíveis, verificando se o que sobra de meninas pode ser dividido exatamente em quartos duplos (número par) e se a quantidade de duplos necessária não ultrapassa os 7 que existem.

- Se fossem 2 quartos triplos:

Cabem $2 \times 3 = 6$ meninas. Sobram $31 - 6 = 25$ meninas.

25 é ímpar, não pode ser dividido em quartos duplos (que têm 2 camas).

-> DESCARTADO.

- Se fossem 3 quartos triplos:

Cabem $3 \times 3 = 9$ meninas. Sobram $31 - 9 = 22$ meninas.

Seriam $22 / 2 = 11$ quartos duplos, mas só existem 7 no total. -> DESCARTADO.

- Se fossem 5 quartos triplos:

Cabem $5 \times 3 = 15$ meninas. Sobram $31 - 15 = 16$ meninas.

Seriam $16 / 2 = 8$ quartos duplos, mas só existem 7 no total. -> DESCARTADO.

- Se fossem 7 quartos triplos:

Cabem $7 \times 3 = 21$ meninas. Sobram $31 - 21 = 10$ meninas.

Isso dá $10 / 2 = 5$ quartos duplos.

5 é menor ou igual a 7, então cabe perfeitamente. -> VÁLIDO!

- Se fossem 11 quartos triplos:

Caberiam $11 \times 3 = 33$ meninas, mas só temos 31. Faltariam meninas para encher os quartos, deixando camas vazias (o que é proibido). -> DESCARTADO.



OMAP 2026 - 3.ª Fase - Gabarito Oficial - Nível 1

GABARITO - Questão 6 - continuação

Qualquer primo maior que 11 ultrapassaria 31, impossível.

Portanto, as meninas ocupam: 7 quartos triplos e 5 quartos duplos.

Etapa 3 – Calcular os quartos dos meninos por diferença (subtração).

Total de quartos triplos: 15 Total de quartos duplos: 7

As meninas usaram: 7 triplos e 5 duplos.

Subtraindo para encontrar os quartos dos meninos:

Triplos: $15 - 7 = 8$

Duplos: $7 - 5 = 2$

Verificação:

Nos 8 quartos triplos cabem $8 \times 3 = 24$ meninos.

Nos 2 quartos duplos cabem $2 \times 2 = 4$ meninos.

Total: $24 + 4 = 28$ meninos. Confere perfeitamente!

Todas as condições estão satisfeitas:

- Total de quartos: $2 + 8 + 5 + 7 = 22$

- Total de pessoas: meninos ($4 + 24 = 28$); meninas ($10 + 21 = 31$); total 59.

- Nenhuma cama vazia.

- Quartos triplos das meninas = 7 (que é primo).



OMAP 2026 - 3.ª Fase - Gabarito Oficial - Nível 2

Utilize as informações do texto a seguir para responder às questões 1, 2 e 3.

No jogo Mega Bola, um jogador disputa uma temporada com 8 partidas. Em cada partida, recebe 3 pontos por vitória, 1 ponto por empate e 0 ponto por derrota.

Ao final da temporada, ele somou 18 pontos.

- 1) Determine todas as possíveis quantidades de vitórias, empates e derrotas que um jogador pode ter obtido na temporada descrita.
- 2) Considerando cada possibilidade encontrada no item anterior, em quantas temporadas diferentes isso pode acontecer, levando em conta a ordem das partidas?
- 3) Em quantas dessas temporadas a primeira e a última partida foram vitórias?

GABARITO - Questão 1

Sejam:

V = número de vitórias; E = número de empates; D = número de derrotas.
Sabemos que $V + E + D = 8$ e $3V + E = 18$.

a) Possíveis quantidades de vitórias, empates e derrotas. Equações:

$$V + E + D = 8 \quad (\text{total de partidas})$$

$$3V + E = 18 \quad (\text{total de pontos})$$

Da segunda equação: $E = 18 - 3V$

Substituindo na primeira: $V + (18 - 3V) + D = 8 \rightarrow D = 2V - 10$

Condições de não negatividade:

$$E = 0 \rightarrow 18 - 3V = 0 \rightarrow V = 6$$

$$D = 0 \rightarrow 2V - 10 = 0 \rightarrow V = 5$$

Logo, V é inteiro entre 5 e 6, ou seja, $V = 5$ ou $V = 6$.

Caso 1: $V = 5$

$$E = 18 - 3 \cdot 5 = 3$$

$$D = 2 \cdot 5 - 10 = 0$$

$(V, E, D) = (5, 3, 0) \rightarrow 5$ vitórias, 3 empates, 0 derrotas

Caso 2: $V = 6$

$$E = 18 - 3 \cdot 6 = 0$$

$$D = 2 \cdot 6 - 10 = 2$$

$(V, E, D) = (6, 0, 2) \rightarrow 6$ vitórias, 0 empates, 2 derrotas

As possibilidades são $(5,3,0)$ e $(6,0,2)$.



OMAP 2026 - 3.ª Fase - Gabarito Oficial - Nível 2

GABARITO - Questão 2

Total de temporadas diferentes (ordem importa)

Para cada caso, calculamos o número de permutações com repetição das 8 partidas.

$$\text{Caso (5,3,0): } \frac{8!}{5! 3! 0!} = \frac{40320}{120 \cdot 6 \cdot 1} = \frac{40320}{720} = 56$$

$$\text{Caso (6,0,2): } \frac{8!}{6! 0! 2!} = \frac{40320}{720 \cdot 1 \cdot 2} = \frac{40320}{1440} = 28 \quad \text{Total geral} = 56 + 28 = 84$$

Resposta : Existem 84 temporadas diferentes no total.

Resolução alternativa usando combinação simples:

Para determinar o número de temporadas diferentes (onde a ordem das partidas importa), podemos pensar em escolher quais das 8 posições disponíveis no calendário da temporada serão ocupadas por cada tipo de resultado.

1º Caso: 5 Vitórias, 3 empates e 0 derrotas:

1. Das 8 partidas precisamos escolher 5 delas para serem as vitórias. O número de maneiras de fazer essa escolha é dado pela combinação simples de 8 elementos tomados 5 a 5

$$C_5^8 = \frac{8!}{5! 8-5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5! \cdot 3!} = \frac{336}{6} = 56 \text{ maneiras}$$

2. Para as 3 partidas restantes, devemos escolher 3 para serem empate:

$$C_3^3 = 1 \text{ maneira}$$

3. Multiplicando as escolhas pelo Princípio Fundamental da Contagem:

$$56 \cdot 1 = 56 \text{ maneiras}$$

2º Caso: 6 Vitórias, 0 empates e 2 derrotas:

4. Das 8 partidas precisamos escolher 6 delas para serem as vitórias. O número de maneiras de fazer essa escolha é dado pela combinação simples de 8 elementos tomados 6 a 6

$$C_6^8 = \frac{8!}{6! 8-6!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{6! \cdot 2!} = \frac{56}{2} = 28 \text{ maneiras}$$

5. Para as 2 partidas restantes, devemos escolher 2 para serem empate:

$$C_2^2 = 1 \text{ maneira}$$

6. Multiplicando as escolhas pelo Princípio Fundamental da Contagem:

$$28 \cdot 1 = 28 \text{ maneiras}$$

Total de temporadas:

Como os dois casos são mutuamente exclusivos, somamos as possibilidades de ambos os cenários:

$$56 + 28 = 84 \text{ temporadas.}$$



OMAP 2026 - 3.ª Fase - Gabarito Oficial - Nível 2

GABARITO - Questão 3

Temporadas em que a primeira e a última partida foram vitórias

Fixamos a 1ª e a 8ª partidas como vitórias. Isso consome 2 vitórias.

Restam 6 partidas para organizar com as quantidades ajustadas.

Caso (5,3,0):

- Vitórias restantes: $5 - 2 = 3$

- Empates restantes: 3

- Derrotas restantes: 0

$$\frac{6!}{3! 3! 0!} = \frac{720}{6 \cdot 6 \cdot 1} = \frac{720}{36} = 20$$

Ou por combinação simples: Das 6 vagas do meio, escolhemos 3 para as vitórias:

$$C_6^3 = 20 \text{ temporadas}$$

Caso (6,0,2):

- Vitórias restantes: $6 - 2 = 4$

- Empates restantes: 0

- Derrotas restantes: 2

$$\frac{6!}{4! 0! 2!} = \frac{720}{24 \cdot 1 \cdot 2} = \frac{720}{48} = 15$$

Ou por combinação simples: Das 6 vagas do meio, escolhemos 2 para derrota ou (4 para vitória):

$$C_6^2 = 15 \text{ temporadas}$$

$$\text{Total} = 20 + 15 = 35$$

Em 35 temporadas, a primeira e a última partida foram vitórias.



OMAP 2026 - 3.ª Fase - Gabarito Oficial - Nível 2

Utilize as informações do texto a seguir para responder às questões 4, 5 e 6.

Neste problema, chamaremos de número simétrico todo número inteiro positivo com dois ou mais algarismos cujos algarismos extremos tenham soma igual a 10.

Exemplos:

- 357 é simétrico, pois os extremos são 3 e 7, e $3 + 7 = 10$.
- 8.002 é simétrico, pois os extremos são 8 e 2, e $8 + 2 = 10$.
- 415 não é simétrico, pois os extremos são 4 e 5, e $4 + 5 = 9$.

Um número simétrico é chamado de super-simétrico se puder ser escrito como a soma de exatamente dois números simétricos, sendo que as duas parcelas possuem a mesma quantidade de algarismos.

4) Mostre que o número 1.009 é simétrico, mas não é super-simétrico.

5) Quantos números simétricos de 3 algarismos são múltiplos de 9? Justifique sua resposta.

6) Determine a quantidade de números super-simétricos de 4 algarismos que terminam em 2. Justifique sua resposta.



OMAP 2026 - 3.ª Fase - Gabarito Oficial - Nível 2

GABARITO - Questão 4

Para provar que o número 1009 é simétrico, somamos o primeiro algarismo com o último, resultando em 10: $1 + 9 = 10$, o número preenche o critério e é simétrico.

Vamos verificar se 1009 pode ser escrito como a soma de dois números simétricos:

1º caso (soma de números com 2 algarismos)

$AB + CD \leq 198$ para quaisquer números de dois algarismos. Portanto o número 1009 não pode ser escrito como soma de quaisquer números com dois algarismos.

2º caso (soma de números com 3 algarismo simétricos)

Seja

$ABC + DEF = 1009$, onde ABC e DEF são simétricos.

Centena	Dezena	Unidade
A	B	C
+ D	E	F
1 0	0	9

Pela regra dos números simétricos, sabemos que a soma das pontas de cada número deve ser 10:

- Para o primeiro número: $A + C = 10$
- Para o segundo números: $D + F = 10$

Se somarmos as duas regras, descobrimos quanto vale a soma de todas as pontas juntas:

$$(A + C) + (D + F) = 10 + 10 = 20 \rightarrow A + D = 20 - (C + F)$$

Vamos analisar a coluna das unidades:

Como a unidade resultante é 9, temos:

$$C + F = 9 \text{ ou } C + F = 19,$$

como C e F são algarismos, então $C + F \leq 18$, portanto $C + F \neq 19 \rightarrow C + F = 9$



OMAP 2026 - 3.ª Fase - Gabarito Oficial - Nível 2

GABARITO - Questão 4 - continuação

Como a soma dá exatamente 9, não há transporte (“vai um”) da coluna das unidades para a coluna das dezenas.

Análise da coluna das dezenas:

Como a coluna das unidades não gerou transporte, a soma nesta coluna depende apenas de $B + E$. Para que o resultado final na casa das dezenas seja 0, existem apenas duas possibilidades matemáticas para essa coluna: $B + E = 0$ (o que gera um transporte de 0 para a coluna das centenas). $B + E = 10$ (o que gera um transporte de exatamente 1 para a coluna das centenas).

Vamos analisar a coluna das centenas:

Para que o resultado seja 1009, a coluna das centenas, deve produzir exatamente 10 (0 na casa das centena e 1 na casa dos milhares), portanto:

$$A + D + (\text{eventual transporte da dezena}) = 10.$$

Da igualdade $A + D = 20 - (C + F)$ e do fato de que $C + F = 9$, segue que

$$A + D = 20 - 9 \rightarrow A + D = 11$$

Logo: $A + D + (\text{eventual transporte da dezena}) \geq 11$.

Mas deveria ser 10.

Como em todas as hipóteses válidas para o transporte a soma resulta em um valor estritamente maior do que 10, torna-se impossível atingir o resultado dezenas/centenas exigido pelo número 1009.

Contradição. Portanto, 1009 não é super-simétrico, pois não pode ser escrito como a soma de dois números simétricos.



OMAP 2026 - 3.ª Fase - Gabarito Oficial - Nível 2

GABARITO - Questão 5

Um número simétrico de três algarismos pode ser representado por ABC , onde os algarismos extremos satisfazem $A + C = 10$. Como o número possui três algarismos, temos: $A \in \{1, 2, \dots, 9\}$.

Pela definição de número simétrico, $C = 10 - A$.

Portanto, qualquer número simétrico de três algarismos têm a forma $AB(10 - A)$.

Utilizando o critério de divisibilidade por 9

Um número é múltiplo de 9 quando a soma de seus algarismos é múltipla de 9. A soma dos algarismos ABC é $A + B + C$.

Como $A + C = 10$,

$A + B + C = 10 + B$.

Logo, para que o número seja múltiplo de 9, devemos ter $10 + B$ múltiplo de 9.

Como B é um algarismo, isto é, $0 \leq B \leq 9$, temos

$10 + B \in \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$.

O único múltiplo de 9 nesse intervalo é 18.

Portanto, $10 + B = 18$ o que implica, em $B = 8$.

Contagem dos números

Agora basta contar as possibilidades para os extremos

Os pares (A, C) que satisfazem $A + C = 10$ são: $(1, 9)$, $(2, 8)$, $(3, 7)$, $(4, 6)$, $(5, 5)$, $(6, 4)$, $(7, 3)$, $(8, 2)$, $(9, 1)$. Existem exatamente 9 pares possíveis.

Como o algarismo do meio está fixado em 8, cada par gera um único número: 189, 288, 387, 486, 585, 684, 783, 882, 981. Assim existem 9 números simétricos de três algarismos que são múltiplos de 9.



OMAP 2026 - 3.ª Fase - Gabarito Oficial - Nível 2

GABARITO - Questão 6

Passo 1: Determinar a forma do número final.

Se o número tem 4 algarismos, ele ocupa as casas do milhar, centena, dezena e unidade. Vamos chamá-lo de XYZW.

- O enunciado diz que ele termina em 2, então $W = 2$. .
- Como o número é simétrico, a soma dos seus extremos deve ser 10, então, $X + 2 = 10$, logo, $X = 8$.

Logo, o número final que queremos obter na soma tem a forma fixa: 8YZ2. .

Passo 2: Eliminação das parcelas com 3 algarismos.

Pela definição, as parcelas da soma que compõem os super-simétricos devem ter a mesma quantidade de algarismos. Se eles tivessem 3 algarismos cada, a maior soma possível seria $991 + 991 = 1982$. Como precisamos chegar na casa dos 8.000, é impossível usar parcelas de 3 algarismos. Portanto, as duas parcelas obrigatoriamente possuem 4 algarismos cada.

Passo 3: Armar a soma com as parcelas de 4 algarismos.

Vamos testar a soma de dois números simétricos menores de 4 algarismos cada. Vamos chamá-los de ABCD e EFGH.

Milhar	Centena	Dezena	Unidade
A	B	C	D
+ E	F	G	H
8	Y	Z	2

Pela regra dos números simétricos aplicada a cada parcela, sabemos que:

- Regra 1 (Extremos da 1ª parcela): $A + D = 10$
- Regra 2 (Extremos da 2ª parcela): $E + H = 10$

Somando as duas regras, descobrimos o valor da soma de todas as pontas das parcelas juntas:

$$(A + D) + (E + H) = 10 + 10 = 20 \rightarrow A + E = 20 - (D + H)$$



OMAP 2026 - 3.ª Fase - Gabarito Oficial - Nível 2

GABARITO - Questão 6 - continuação

Passo 4: Análise da coluna das Unidades (U)

Olhando para a coluna das unidades, a soma deve resultar em um número que termine em 2. Temos duas possibilidades matemáticas para algarismos:

- Caso 1: $D + H = 2$
- Caso 2: $D + H = 12$

Vamos analisar cada caso:

Caso 1 $D + H = 2$:

Como D e H são extremidades de números simétricos, nenhum deles pode ser 0 (do contrário, a outra ponta teria que ser 10). Logo, a única opção seria $D = 1$ e $H = 1$.

- Se $D = 1$ e $H = 1$, para cumprir as Regras 1 e 2, teríamos que ter $A = 9$ e $E = 9$.
- Se $A = 9$ e $E = 9$, a soma na coluna dos milhares começaria em $9 + 9 = 18$. É impossível, pois o resultado final começa com o algarismo 8. Portanto, o Caso 1 está descartado.
- Por outro lado, se $D + H = 2$, segue da segunda regra que:
 $A + E = 20 - (D+H) = 20 - 2 = 18$, mas precisamos de $A + E = 8$, novamente descartando que $D + H = 2$

Caso 2 $D + H = 12$:

Esta é a única configuração válida. Como a soma dá 12, registramos o 2 na unidade do resultado e geramos um transporte ("vai um") de exatamente 1 para a coluna das dezenas.

Portanto, concluímos que $D + H = 12$

Passo 5: Consequência na coluna dos milhares (M)

Substituindo o valor correto de $D + H = 12$ na nossa equação das pontas do Passo 2:

$$A + E = 20 - 12 \rightarrow A + E = 8$$

Como o resultado final na casa dos milhares deve ser exatamente 8, e a soma dos algarismos $A + E$ já dá exatamente 8, concluímos que a coluna das centenas ($B + F$) não pode enviar nenhum transporte ("vai um") para os milhares.



OMAP 2026 - 3.ª Fase - Gabarito Oficial - Nível 2

GABARITO - Questão 6 - continuação

Passo 6: As casas das centenas e dezenas podem assumir qualquer valor

Dos passos anteriores concluímos que:

$$A + E = 8 \text{ e } D + H = 12.$$

Uma escolha simples que satisfaz essas condições é:

$$A = 1, E = 7, D = 9, H = 3.$$

Assim, as parcelas terão a forma 1BC9 e 7FG3.

Ambas são simétricas, pois:

$$1 + 9 = 10 \text{ e } 7 + 3 = 10.$$

Ao somá-las obtemos: 1BC9 + 7FG3 = 8YZ2.

Observe que:

- a casa dos milhares já fica fixa em 8;**
- a casa das unidades já fica fixa em 2, pois $9 + 3 = 12$.**

Vamos analisar as duas casas centrais.

Como B, C, F, G podem ser quaisquer algarismos de 0 a 9, podemos escolher seus valores para produzir qualquer resultado desejado nas casas das centenas e dezenas.

Por exemplo:

- $8472 = 1209 + 7263$**
- $8052 = 1009 + 7043$**
- $8992 = 1909 + 7083$**

Em todos os casos, as parcelas continuam sendo números simétricos.

Portanto, as casas das centenas e das dezenas do resultado podem assumir qualquer algarismo de 0 a 9.

Logo:

- há 10 possibilidades para a casa das centenas;**
- há 10 possibilidades para a casa das dezenas.**

Pelo Princípio Fundamental da Contagem, $10 \times 10 = 100$.

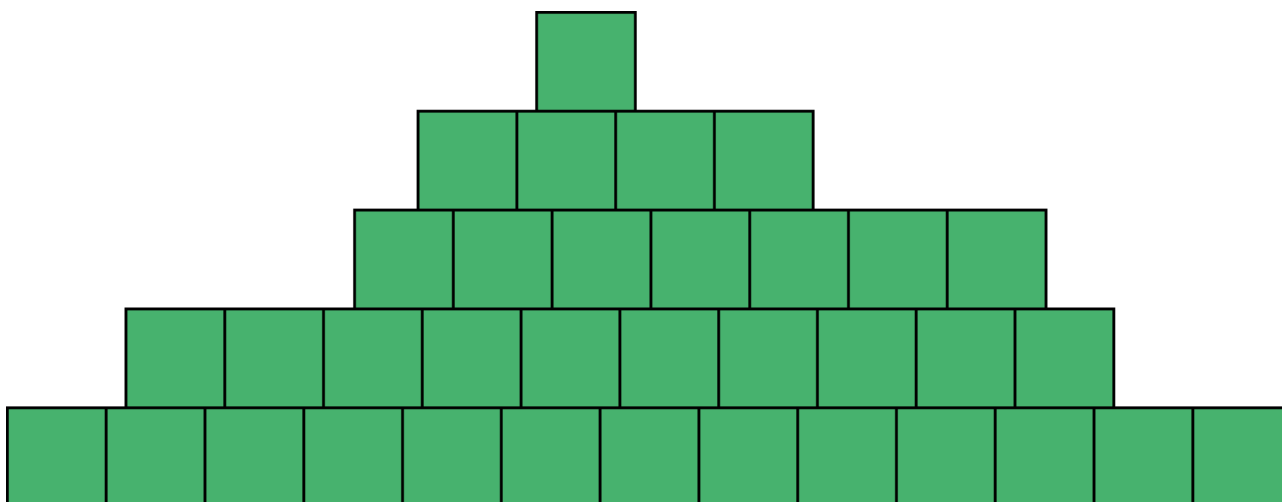
Assim, existem 100 números super-simétricos de 4 algarismos terminados em 2.



OMAP 2026 - 3.ª Fase - Gabarito Oficial - Nível 3

Utilize as informações do texto a seguir para responder às questões 1, 2 e 3.

Considere uma figura construída por fileiras horizontais de quadradinhos 1×1 , dispostos lado a lado, sem sobreposição e sem espaçamento. Cada fileira com exceção da primeira fileira, está encostada inteiramente na fileira de baixo. Cada fileira possui três quadradinhos a menos do que a fileira anterior. A última fileira sempre contém um único quadradinho. Observe uma figura na qual a primeira contém 13 quadradinhos.



- 1) Determine a área e o perímetro de uma figura cuja primeira fileira possui 16 quadradinhos.
- 2) Considere uma figura construída segundo as mesmas regras e composta por n fileiras. Escreva uma expressão que permita calcular a área dessa figura.
- 3) Mostre que, independentemente do número de quadradinhos da primeira fileira, a área A e o perímetro p da figura satisfazem a igualdade: $128A = 3p^2 + 16p + 16$.



OMAP 2026 - 3.ª Fase - Gabarito Oficial - Nível 3

GABARITO - Questão 1

Como a base da figura tem 16 quadradinhos em sua primeira fileira, a segunda fileira da figura terá 13 quadradinhos, a próxima 10 quadradinhos e assim por diante, até a última fileira que terá 1 quadradinho. Logo, o número de quadradinhos necessários para montar a figura é: $16 + 13 + 10 + 7 + 4 + 1 = 51$ quadradinhos.

Assim, a área da figura é 51 u. a., e o perímetro da figura é formado por 16 unidades da base, 16 unidades horizontais paralelas à base em cada camada, 6 unidades verticais à esquerda e 6 unidades verticais à direita, totalizando $16 + 16 + 6 + 6 = 44$.

Ou podemos contar:

- base = 16 segmentos;
- lado esquerdo: 6 segmentos verticais;
- lado direito: 6 segmentos verticais;
- segmentos horizontais nas 6 fileiras são: $1 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 16$

Logo, $p = 16 + 6 + 6 + 16 = 44$ u. c.



OMAP 2026 - 3.ª Fase - Gabarito Oficial - Nível 3

GABARITO - Questão 2

A sequência 1, 4, 7, 10, 13, 16... é uma progressão aritmética (PA) infinita e crescente. Ela cresce somando 3 a cada termo (razão $r = 3$), e seu termo geral é definido pela fórmula:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$a_n = 1 + (n - 1) \cdot 3$$

$$a_n = 1 + 3n - 3$$

$$a_n = 3n - 2$$

Assim, a soma dos n termos da PA representa a área da figura e a fileira da base é representada pelo termo geral dessa progressão.

$$A = 1 + 4 + 7 + 10 + \dots + 3n - 2$$

Aplicamos a fórmula da soma $S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$, substituindo o termo geral:

$$A = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} \rightarrow A = \frac{[1 + (3n - 2)] \cdot n}{2} \rightarrow$$

$$A = \frac{n + 3n^2 - 2n}{2} \rightarrow A = \frac{3n^2 - n}{2} \text{ ou } A = \frac{n(3n - 1)}{2}$$

Portanto, a área de qualquer figura com as características descritas pode ser expressa por $\frac{n(3n - 1)}{2}$



OMAP 2026 - 3.ª Fase - Gabarito Oficial - Nível 3

GABARITO - Questão 3

Independentemente de quantas fileiras a figura tenha, o perímetro é formado por três componentes:

1. A base inferior: É sempre igual ao comprimento da última fileira.
2. O topo e os “degraus” horizontais: Se você olhar a figura de cima para baixo, a soma de todas as superfícies horizontais expostas no topo e nos degraus é exatamente igual ao comprimento da base inferior.
3. As laterais verticais: Em cada fileira da figura, temos exatamente duas laterais verticais expostas (uma na extremidade esquerda e outra na extremidade direita). Portanto, a altura total nas laterais é igual ao número de fileiras horizontais (n).

Seja n o número de fileiras da figura, $a_1 = 1$ o primeiro termo da P.A. e $a_n = 3n - 2$ o último termo da P.A. ou a fileira da base da figura. Podemos analisar o perímetro da figura de n fileiras da seguinte forma:

- a soma dos lados horizontais (topo superior das fileiras) com a base inferior da figura é

$$2 \cdot (3n - 2) = 6n - 4$$

- a soma dos lados verticais é duas vezes o número de fileiras, ou seja, $2n$.
- somando a parte horizontal e a parte vertical, obtemos a fórmula do perímetro $P(n)$ para uma figura de n fileiras:

$$P = 6n - 4 + 2n \rightarrow P = 8n - 4$$

Agora, para obtermos uma relação entre a área e o perímetro, podemos:

→ isolar n em P :

$$P = 8n - 4 \rightarrow P + 4 = 8n \rightarrow \frac{P+4}{8} = n \rightarrow n = \frac{P+4}{8}$$

→ substituir em A :

$$A = \frac{n(3n-1)}{2}$$

$$A = \frac{\frac{P+4}{8} \left(3 \cdot \left(\frac{P+4}{8} \right) - 1 \right)}{2}$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot \frac{P+4}{8} \cdot \left[\left(3 \cdot \left(\frac{P+4}{8} \right) - 1 \right) \right]$$



OMAP 2026 - 3.ª Fase - Gabarito Oficial - Nível 3

GABARITO - Questão 3 - continuação

Resolvendo a expressão que está nos colchetes:

$$3 \cdot \left(\frac{P+4}{8} \right) - 1 \rightarrow \frac{3P+12}{8} - 1 \rightarrow \frac{3P+12-8}{8} \rightarrow \frac{3P+4}{8}$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot \frac{P+4}{8} \cdot \frac{3P+4}{8}$$

$$A = \frac{(P+4)(3P+4)}{128}$$

Resolvendo o produto, mostramos a igualdade:

$$128A = 3p^2 + 16p + 16$$



OMAP 2026 - 3.^a Fase - Gabarito Oficial - Nível 3

Utilize as informações do texto a seguir para responder às questões 4, 5 e 6.

Um antigo dispositivo de criptografia utiliza dois discos concêntricos. No disco interno aparecem os números de 1 a 26, enquanto o disco externo, que é fixo, contém letras do alfabeto organizadas conforme a figura.

Escolhe-se inicialmente um número natural k , com $1 \leq k \leq 26$, chamado chave inicial do código, e gira-se o disco interno até que esse número fique alinhado com a letra A.

Para tornar a mensagem mais segura, este dispositivo possui um mecanismo de engrenagens que faz, imediatamente após a codificação de cada letra, o disco interno girar automaticamente uma posição no sentido anti-horário. Quando a contagem de um setor ultrapassa 26, ela recomeça em 1, mantendo o funcionamento circular do disco.

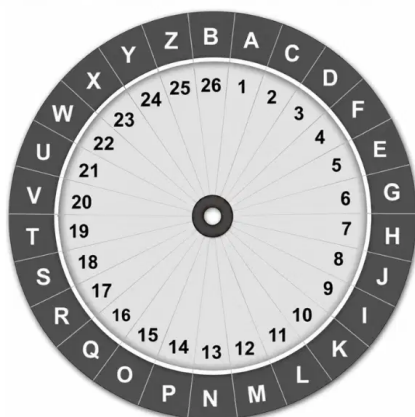
Uma palavra foi codificada usando esse método. Os números que representam as letras dessa palavra foram escritos um após o outro, sem separação, resultando na sequência: **1311115**.

Sabe-se que essa palavra possui exatamente 4 letras, sendo a terceira letra uma vogal e que, na configuração inicial do dispositivo (antes de codificar a primeira letra), a chave inicial k que decifra esse código, é um número ímpar e, também, que a soma dos números associados às letras A, C, D e E é igual a 55.

4) Determine o valor da chave inicial (k).

5) Determine a separação correta da sequência numérica 1311115.

6) Escreva a palavra que foi codificada.





OMAP 2026 - 3.^a Fase - Gabarito Oficial - Nível 3

GABARITO - Questão 4

Na configuração inicial, o número k está alinhado com a letra A. Seguindo o sentido horário do disco para as letras seguintes (C, D, F, E):

- $A = k$
- $C = k + 1$
- $D = k + 2$
- $F = k + 3$
- $E = k + 4$

O enunciado afirma que a soma inicial de A, C, D e E é 55;

Caso 1: Nenhum número ultrapassa 26 ($k + 4 \leq 26$):

Somando os valores: $k + (k+1) + (k+2) + (k+4) = 55$

$$4k + 7 = 55 \Rightarrow 4k = 48 \Rightarrow k = 12$$

Como o enunciado afirma que k é ímpar, essa possibilidade é descartada.

Caso 2: Ocorre a rotação passando de 26 para 1:

Como k precisa ser ímpar e maior que 23 para ocorrer a rotação, vamos testar o valor ímpar restante no intervalo, 25.

Se $k = 25$:

$$k = 25;$$

$$k + 1 = 26;$$

$$k + 2 = 1 \text{ (pois } 25 + 2 = 27 \equiv 1 \text{)};$$

$$k + 4 = 3 \text{ (pois } 25 + 4 = 29 \equiv 3 \text{)}.$$

Somando os valores: $25 + 26 + 1 + 3 = 55$

Como a soma resultou perfeitamente em 55 e 25 é um número ímpar, concluímos que 25 é a chave inicial.

- Resposta do item a): $k = 25$



OMAP 2026 - 3.ª Fase - Gabarito Oficial - Nível 3

GABARITO - Questão 5

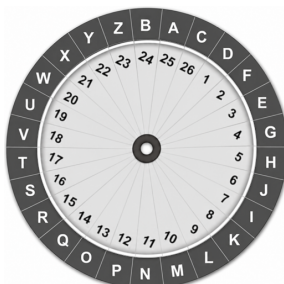
A sequência 1311115 pode ser separado dos seguintes modos:

- I) 13 - 11 - 11 - 5
- II) 13 - 11 - 1 - 15
- III) 13 - 1 - 11 - 15

Como, na 2ª é realizado o movimento do disco interno no sentido anti-horário em uma casa, o número que representa a segunda letra está acrescida em uma unidade. De modo similar, a 3ª letra está acrescida em duas unidades e a 4ª letra, em 3 unidades

Sequência	1ª letra	2ª letra (-1)	3ª letra (-2)	4ª letra (-3)
I	13	$11 - 1 = 10$	$11 - 2 = 9$	$5 - 3 = 2$
II	13	$11 - 1 = 10$	$1 - 2 = -1 \equiv 25$	$15 - 3 = 12$
III	13	$1 - 1 = 0 \equiv 26$	$11 - 2 = 9$	$15 - 3 = 12$

Com a chave na posição 25, temos o seguinte disco:



Como a terceira letra precisa ser uma vogal:

3ª letra na posição 9 = L, é consoante, então não pode ser I e III;

3ª letra na posição 25 = A, é vogal, presente em II.

- Resposta: 13 - 11 - 1 - 15.



OMAP 2026 - 3.ª Fase - Gabarito Oficial - Nível 3

GABARITO - Questão 6

Vamos rastrear a palavra letra por letra.

Aplicando o giro em 13 - 11 - 1 - 15, obtemos, por meio da tabela: 13 - 10 - 25 - 12.

Usamos o disco com a chave em 25 e obtemos:

O - M - A - P

Resposta: a palavra codificada é OMAP.